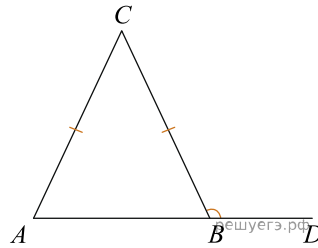
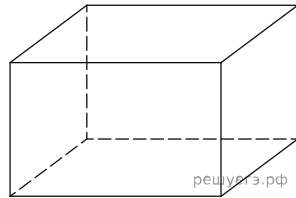


1. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 134° . Найдите внешний угол CBD . Ответ дайте в градусах.



2. Найдите длину вектора $\vec{a} = (-6; 8)$.

3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 52. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



4. Фабрика выпускает сумки. В среднем 9 сумок из 120 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

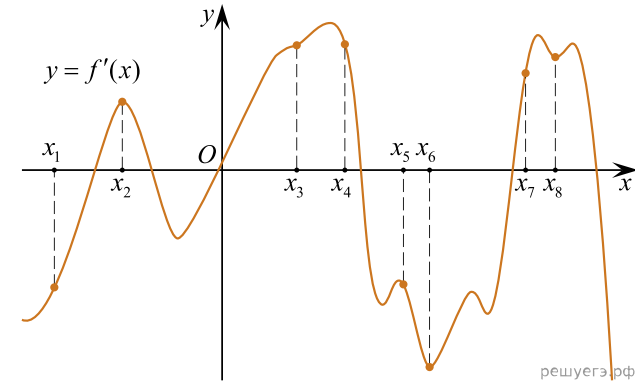
5. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

6. Решите уравнение $8^{9-x} = 64^x$.

7.

Найдите значение выражения $\frac{a^{-1}b}{(6a)^2b^4} \cdot \frac{36}{a^{-3}b^{-3}}$.

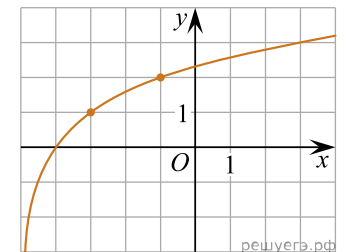
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?



9. Двигаясь со скоростью $v = 5$ м/с, трактор тащит сани с силой $F = 90$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле $N = Fv \cos \alpha$. Найдите, при каком угле α (в градусах) эта мощность будет равна 225 кВт (кВт — это $\frac{\text{кН} \cdot \text{м}}{\text{с}}$).

10. Первая труба наполняет резервуар на 48 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 45 минут. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 4$.



12. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 192x + 5$.

13. а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \sqrt{2} \sin x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра основания которой равны $2\sqrt{7}$. Сечение, проходящее через боковое ребро AA_1 и середину M ребра B_1C_1 , является квадратом.

а) Докажите, что расстояние между прямыми A_1B и AM равно длине перпендикуляра, опущенного из центра этого квадрата на прямую A_1B .

б) Найдите это расстояние.

15. Решите неравенство $\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \log_3\left(\frac{1}{x} + 1\right) \leq \log_3(8x - 1)$.

16. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 17,5 млн рублей?

17. Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке P и пересекает отрезок BO в точке Q . При этом отрезки OC и QP параллельны.

а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника BQP , если точка O делит высоту BD треугольника в отношении $BO : OD = 3 : 1$ и $AC = 2a$.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых модуль разности корней уравнения

$$x^2 - 6x + 12 + a^2 - 4a = 0$$

принимает наибольшее значение.

19. Пусть $S(n)$ и $K(n)$ обозначают сумму всех цифр и сумму квадратов всех цифр натурального числа n соответственно.

а) Существует ли такое натуральное число n , что $K(n) = 2S(n) + 23$?

б) Существует ли такое натуральное число n , что $K(n) = 3S(n) + 23$?

в) Для какого наименьшего натурального числа n выполнено равенство $K(n) = 8S(n) + 83$?